

Г. М. ПРОХОРОВ

## Еще одно мнение о происхождении «арабских» цифр

Первое упоминание счета с помощью девяти знаков относится к 662 г. и принадлежит ученому сирийскому монаху (настоятелю монастыря Кенешр на Евфрате) Северу Себокту, он пишет об этом способе счисления как об индийском Правда, контекст, где это говорится, резко тенденциозен: возмущенный высокомерием некоторых греческих ученых, Себокт стремится показать, что не все произошло из Греции, и доказать тем, «кто верит, что раз они говорят по-гречески, то достигли пределов науки», что «есть еще и другие люди, которые кое-что знают».<sup>1</sup>

С начала IX в. используют новые цифры и признают их индийское происхождение багдадские математики. Около 820 г. библиотекарь халифа аль-Мамуна и один из наиболее выдающихся арабских ученых Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми на основании греческих классических образцов написал учебник арифметики и элементарной алгебры, где использовал интересные нас знаки.<sup>2</sup> Будучи в XII столетии переведена на латынь и получив название «*Algoritmi de numero Indorum*», его книга способствовала распространению в Западной Европе новой системы счисления и одновременно мнения о ее индийском происхождении.

Между тем первый след знакомства индусов с этой системой принадлежит только середине IX в., когда математик Махавира описал, что такое ноль и как с ним следует обращаться.<sup>3</sup> Индийские цифровые записи, сделанные с помощью десяти знаков в позиционной расстановке, не опережают по времени аналогичных арабских. Первые известные нам образцы и тех и других относятся к семидесятым годам того же IX в., когда ведущую роль в развитии математики играл Багдад. Там уже сто лет шло активное освоение греческого научного наследия (Птолемея, Эвклида, Архимеда, Аристарха, Автолика, Диофанта, Аполлония и др.).<sup>4</sup> Видимо, даже в средние века убеждение в происхождении наших цифр из Индии не было прочным и на эту тему возникали споры, поскольку подделки «древних индийских» цифровых записей начали изготавливать уже в конце XI в.<sup>5</sup> Примерно в это же время в Лотарингии была подделана рукопись

<sup>1</sup> M. F. Nau. La plus ancienne mention orientale des chiffres indiens — *Journal asiatique*, t. XVI, Paris, 1910, стр. 225—227, D. E. Smith. *History of Mathematics*, vol. I N. Y., 1958, стр. 166—167.

<sup>2</sup> D. E. Smith. *History of Mathematics*, стр. 170; R. Taton. *Histoire du calcul* Paris, 1961, стр. 20.

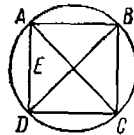
<sup>3</sup> D. E. Smith. *History of Mathematics*, стр. 162.

<sup>4</sup> Там же, стр. 167—168.

<sup>5</sup> D. E. Smith and L. Ch. Karpinski. *The Hindu-arabic Numerals* Boston and London, 1911, стр. 46.

геометрии Боэция с целью приписать изобретение цифр пифагорейцам; фальсификатор лгал «очень прилично, учено и даже правдоподобно».<sup>6</sup> В XIII столетии на западе Европы индусов совсем перестали считать изобретателями цифири и заслугу ее создания отнесли к арабам (отчего и цифры получили название «арабских»). Но сами арабы никогда на это не претендовали. Их средневековые тексты заставили ученых вернуться к «индийской» теории и предпринять поиски в этом направлении. Однако результат исследований оказался негативным: подавляющее большинство древних индийских текстов, содержащих позиционные цифровые записи (пятнадцать из семнадцати),<sup>7</sup> были признаны поддельными. Из остальных лучшим свидетельством древности использования позиционной системы и ноля в Индии долгое время признавалась берестяная рукопись, найденная в 1881 г. в Бакшали, в северо-западной Индии.<sup>8</sup> Сначала ее относили к первым векам нашей эры, потом — к VIII—IX вв.; теперь ученые склонны датировать Бакшалийскую рукопись X в. и подвергают сомнению даже само ее индийское происхождение.<sup>9</sup>

Не удивительно, что много теорий и предположений возникло и относительно способа образования цифр, которыми сейчас пользуется весь мир. Цифровые знаки выводили: 1) из быстро и связно написанного соответствующего числа палочек; 2) из круга с двумя перпендикулярными диаметрами; 3) из квадрата с диагоналями; 4) из начальных букв соответствующих числительных в санскрите; 5) из латинских стенографических знаков, изобретенных или усовершенствованных Тироном, вольноотпущенником Цицерона; 6) из китайских числовых иероглифов; 7) из знаков пифагорейской символики; 8) из букв алфавитов: а) египетского иероглифического, б) индусского, в) греческого, г) персидского, д) бактрийского.<sup>10</sup> Любопытно, что над этим вопросом задумывался и А. С. Пушкин. По его мнению (сходному с мнением арабского астронома XI в. Абен Рагеля), «форма цифров арабских составлена из следующей фигуры:



А  
 | (1), ABDC (2), ABECD (3), ABD + AE (4), etc. Римские цифры со-  
 D  
 ставлены по тому же образцу».<sup>11</sup>

Несмотря на все остроумные гипотезы, происхождение цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 до сих пор остается полностью неизвестным.<sup>12</sup> Лишь некоторые из гипотез построены с каким-то знанием палеографии, но среди

<sup>6</sup> Н. М. Бубнов. Происхождение и история наших цифр. Киев, 1908, стр. 189.

<sup>7</sup> И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич. Происхождение систем счисления. — В кн.: Энциклопедия элементарной математики, кн. I. М.—Л., 1951, стр. 44.

<sup>8</sup> Е. Лефлер. Цифры и цифровые системы культурных народов. Одесса, 1913, стр. 80.

<sup>9</sup> D. E. Smith. History of Mathematics, стр. 164—165.

<sup>10</sup> Н. М. Бубнов. Происхождение и история наших цифр, стр. 13—14; D. E. Smith and L. Ch. Karpiński. The Hindu-arabic Numerals, стр. 29—37.

<sup>11</sup> А. С. Пушкин, Полное собрание сочинений в 10 томах, т. VIII, М., 1958, стр. 90.

<sup>12</sup> Grand Larousse encyclopédie, t. III Paris, 1960, стр. 22.

них нет ни одной достаточно удовлетворительно обоснованной исторически.<sup>13</sup> Нерешенность вопроса придает мне смелости выступить со своими мыслями в области, в которой я не являюсь специалистом.

Основными особенностями нашей системы счета являются зависимость порядка знака от его позиции и наличие ноля. Удобства позиционной оценки знаков были известны еще древним грекам, использовавшим для арифметических вычислений абак (или абаку) — ὁ ἀβάξ, τὸ ἀβάχιον — счетную доску, разделенную на десятичные полосы, в которых передвигались камешки, а затем сменившие их жетоны с цифрами. Сохранился на античной вазе рисунок грека, занятого вычислениями на абаке.<sup>14</sup> При счете на абаке не было надобности в ноле: соответствующее место в полосе оставалось свободным либо на него клался чистый жетон. Для десятков, сотен и т. д. существовали особые знаки-буквы.

Интерес к греческой античной науке, который проявили арабы, завоевав земли средиземноморского побережья, дал новую жизнь этому древнему счетному приспособлению. От испанских арабов абак в X в. перешел в христианскую Западную Европу. Заслуживает внимания тот факт, что европейские абацисты X—XI вв. — первое место среди них принадлежит Герберту Аврилакскому, папе Сильвестру II (999—1033 гг.) — не делали различия между греческими буквами и арабскими цифрами, одинаково называя их *caracteres* или *potula*, *nota*, *figura*, *scema*.<sup>15</sup> При этом и Герберт, и другие математика его времени для обозначения единицы часто использовали букву *i*, что встречало удивление и непонимание их современников.<sup>16</sup> К помощи ноля они не прибегали, но от X в. сохранились свидетельства знакомства европейцев с нолем.<sup>17</sup>

Мысль о происхождении наших цифровых знаков от греческих буквенных цифр уже возникала в умах ученых.<sup>18</sup> Единицу эти ученые сравнивали с альфой, обозначающей единицу у греков, двойку — с бетой, тройку — с гаммой, и т. д. Более или менее схожими при этом оказывались лишь семерка с дзетой, восьмерка с этой и девятка с тэтой. Однако этого было недостаточно, и данная гипотеза, как и все остальные, признания не получила.

При создании этой гипотезы не учитывалось одно существенное, на мой взгляд, условие: для того чтобы греческая алфавитная цифирь послужила основой для «арабских» цифр, в нее должен быть введен ноль.

Ноль, по мнению Н. М. Бубнова, есть не что иное, как изображение чистого жетона абацистов на писчем материале.<sup>19</sup> Арабское название ноля (*as-sifr*) и индийское (*sunya*) значат «пустое». Арабское *as-sifr* дало *σίφρα* греков, латинское *siphra* (или *sufrā*) и наше слово «цифра». Каково бы ни было происхождение ноля, введение его в алфавитную цифирь неизбежно должно было вызвать в ней какие-то перемены. Какие же именно?

<sup>13</sup> И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич. Происхождение систем счисления, стр. 52.

<sup>14</sup> Воспроизведение см. И. Я. Депман. История арифметики М., 1965, стр. 80.  
<sup>15</sup> Н. М. Бубнов. Сборник писем Герберта как исторический источник (983—997). Критическая монография по рукописям, ч. II, отд. 1 СПб., 1889, стр. 968—969, прим. 4, 5. См. также D. E. Smith and L. Ch. Karpinski. The Hindu-arabic Numerals, стр. 110—119. Воспроизведение восстановленного Н. М. Бубновым абака Герберта см.: И. Я. Депман. История арифметики, стр. 82.

<sup>16</sup> Н. М. Бубнов. Сборник писем ..., стр. 969—972.

<sup>17</sup> D. E. Smith and L. Ch. Karpinski. The Hindu-arabic Numerals, стр. 137—138; И. Г. Башмакова и А. П. Юшкевич. Происхождение систем счисления, стр. 52.

<sup>18</sup> Подробней об этом см. D. E. Smith and L. Ch. Karpinski. The Hindu-arabic Numerals, стр. 33.

<sup>19</sup> Н. М. Бубнов. Происхождение и история наших цифр, стр. 12, 17.

Для ответа на этот вопрос попробуем проделать эту операцию сами. Основная проблема, с которой мы сразу же сталкиваемся, это — как обозначить десятку: приписать ли ноль к альфе-единице или приписать его к йоте-десятке? В последнем случае единицей станет йота, т. е. вертикальная палочка (см. табл. 1).

Гораздо более естественным кажется этот второй вариант, т. е. избрать для единицы вертикальную палочку, как это принято в арабской буквенной цифири, в римских цифрах и в большинстве других цифирных систем.

Но если единицей становится йота, то знаков (греческих букв) оказывается больше, чем требуется: на девять «вакантных» мест (от единицы до девяти) — десять знаков (от альфы до йоты). Каким-то знаком надо пожертвовать. Каким?

Значок  $\varsigma$  (стигма), служащий у греков для обозначения цифры 6, был когда-то, в глубокую древность, буквой (*вау*), но уже с очень давних пор он служил лишь лигатурой, способом слитного написания букв  $\sigma$  (сигма) и  $\tau$  (тау). В алфавите его не было, в цифири же его удерживала лишь консервативная традиция. Естественно, что с вторжением в буквенную цифирь ноля стигма имела наименьшее количество шансов удержаться на месте. Как след такого именно рода перемен в греческой алфавитной цифири можно рассматривать особенности употребления буквенных значков в записи математических лекций в оксфордской греческой рукописи 888 г.: в качестве алгебраических обозначений здесь использованы все буквы от альфы до каппы включительно, за исключением стигмы и йоты.<sup>20</sup> Для автора лекций, очевидно, стигма и йота покинули свои места в ряду математических знаков.

Итак, допустим, что единицей стала йота, а стигма выпала. Буквы, обозначавшие цифры от единицы до пяти (альфа, бета, гамма, дельта, эпсилон) сдвигаются под давлением йоты-единицы на одно деление, причем последняя из них, эпсилон, занимает место стигмы, соответствующее цифре шесть (табл. 1). Такие перемены должен был произвести ноль, входя в греческую алфавитную цифирь. Размещенные по-новому греческие алфавитные знаки мы имеем право сравнивать с «индо-арабскими» цифрами. Обратимся теперь к данным палеографии.

Сразу заметим, что нас должен интересовать не унциальный вид греческих букв (давший форму современным заглавным) — он по чисто стилистическим свойствам (прямолинейность, геометрическая правильность, каждая буква вписывается в квадрат) не мог быть воспринят арабами, — а скорописный, курсивный. Это — деловое письмо, обычное для папируса и в интересующее нас время распространяющееся на пергамен.

В левой графе табл. 2 приведены обычные способы начертания девяти интересующих нас греческих курсивных букв в VII—XI вв.<sup>21</sup> В остальных графах изображены наиболее характерные «арабские» цифры в средневековой Европе, в Индии и у западных арабов, а также восточноарабские цифры и цифры в санскрите.<sup>22</sup>

<sup>20</sup> См.: K. Vogel. Buchstabenrechnung und indische Ziffern in Byzanz. — Akten des XI. internationalen Byzantinistenkongresses München 1958. München, 1960, стр. 661.

<sup>21</sup> Однажды появившись, курсив, минускул, мало потом изменялся (почти неизменным он сохранился до сих пор в греческих типографских строчных буквах). Широкий диапазон времени здесь взят, чтобы дать большее разнообразие форм букв.

<sup>22</sup> При изображении греческих букв я руководствовался следующими книгами: V. Gardthausen. Griechische Palaeographie. Zweite Auflage. Leipzig, 1911, Taf. 46, 7; E. Thompson. An Introduction to Greek and Latin Palaeography Oxford, 1912, стр. 194; André Bataille. Les papyrus. Paris, 1955, Appendice III. Для изображения цифр использованы данные, приводимые Смитом и Карпинским

Прокомментируем табл. 2.

1. Йота писалась как более или менее вертикальная палочка с одним или двумя (входным и выходным) соединительными хвостиками или без них; иногда входной соединительный хвостик заворачивался в колечко. Все эти варианты написания йоты мы находим среди «индо-арабских» единиц.

2. Альфа изображалась как петля с входным верхним и выходным нижним концами, обращенными направо, или иначе — похоже на то, как мы сейчас пишем от руки букву «а», иногда — похоже на «и» или на «я». Основой для цифры 2 мог послужить любой из этих способов написания альфы. Здесь уместно напомнить, что для вычислений на таблице-абаке цифры изображались на жетонах или из чего-либо вырезались (сам Герберт, к примеру, употреблял цифры в виде роговых фигурок); естественно, что и фигурка и жетон могли быть положены на бок или «вверх ногами», а фигурка — даже на другой бок (зеркальное отражение). Эти вариации отразились и в рукописях.

1	$\alpha$	1
2	$\beta$	$\alpha$
3	$\gamma$	$\beta$
4	$\delta$	$\gamma$
5	$\epsilon$	$\delta$
6	$\zeta$	$\epsilon$
7	$\eta$	$\zeta$
8	$\theta$	$\eta$
9	$\iota$	$\theta$
10	1	10

Табл. 1.

3. Дукт (направление движения пера при написании) беты был тот же, что и при написании современной цифры 3, причем письмо могло начинаться с вертикальной линии, отличающей бету от цифры 3 (снизу вверх), или заканчиваться ею (тоже снизу вверх). Часто эта линия лишь намечалась. Кроме того, бета могла быть изображена совершенно как наша буква «и». Сохранились образцы средневековой цифры 3 и того и другого типа.

4. Все формы средневековой четверки (за исключением, разве, типа «В») прекрасно объясняются формами греческой гаммы. Комментарии здесь излишни.

5. В VI в. появился новый способ написания дельты — с хвостом вверху, несколько похоже на то, как мы пишем строчную «б». Однако еще в VII в. такая дельта сосуществовала в курсиве с дельтой старого, унциального, идущего от треугольника типа, изображавшейся как полукружие слева с наклонной прямой линией справа. Кстати сказать, новый облик дельты развился из этого старого: хвост появился вследствие безостановочного перехода пера от нижнего конца полукружия влево-вверх и затем возвращения рядом по прямой вниз-вправо; здесь линия либо обрывалась, либо несколько изгибалась для перехода в следующую букву. Средневековая цифра 5 отразила оба эти способа написания дельты, сосуществовавшие в VII в., причем первый тип — дуга с «крышкой» (крышка часто «съезжает») — сначала преобладал. От этого типа, по-видимому, произошла восточноарабская пятерка.

6. Эпсилон, схожий с шестеркой, появился в VI в. и, сосуществуя с эпсилоном старого типа (полукружие с горизонтальным «язычком»), широко был распространен в курсиве IX—XI вв. Примечательно, что цифра 6 изображалась иногда подобно нашей рукописной заглавной букве «Е».

7. Основной отличительный элемент дзеты — угол, образуемый верхней горизонтальной линией и идущей от ее правого конца вниз и влево

(D. E. Smith and L. Ch. Karpinski. The Hindu-arabic Numerals, стр. 48, 49, 88, 140—148) и Пру (M. Prou. Manuel de paléographie latine et française. Paris, 1910, стр. 289).

наклоной. Обе эти линии могут слегка изгибаться или даже плавно переходить одна в другую. У нижнего конца наклонной линии обычен хвост, очерк и длина которого бывают самыми разными. Чтобы стать цифрой 7, дзете нужно было только утратить хвост.

8. Скорописная буква эта несколько похожа на современную скорописную букву *h*. Петля сверху левой вертикальной линии может быть повернута в другую сторону, бывает не замкнута и может вовсе отсутствовать. Переход от вертикальной линии к наклонной бывает и острым (как в *h*), и плавным (как в *u*). В целом буква эта похожа на разомкнутую и

	Греческие буквы в VII-XI вв.	„Арабские“ цифры в Европе X-XV вв.	„Арабские“ цифры Индии X-XV вв.	Западноарабские цифры („зубар“)	Восточноарабские цифры	Цифры в санскрите
1	ϚϚϚϚϚ	1 1 1 1 1 1 1	- 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1	1	१
2	αααααα	2 2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2	2	२
3	ΒΒΒΒΒΒ	3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3	३
4	γγγγγγ	4 4 4 4 4 4 4	4 4 4 4 4 4 4	4 4 4 4 4	4	४
5	ΔΔΔΔΔΔ	5 5 5 5 5 5 5	5 5 5 5 5 5 5	5 5 5 5 5	0	५
6	ϛϛϛϛϛϛ	6 6 6 6 6 6 6	6 6 6 6 6 6 6	6 6 6 6 6	7	६
7	ζζζζζζ	7 7 7 7 7 7 7	7 7 7 7 7 7 7	7 7 7 7 7	7	७
8	ηηηηηη	8 8 8 8 8 8 8	8 8 8 8 8 8 8	8 8 8 8 8	8	८
9	θθθθθθ	9 9 9 9 9 9 9	9 9 9 9 9 9 9	9 9 9 9 9	9	९
0		0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0	0	०

Табл. 2.

слегка наклоненную влево восьмерку. Цифрой 8 оказалась, на мой взгляд, эта типа *h* с петлей сверху с доведенной до конца графической тенденцией. Но некоторые средневековые разновидности этой цифры восходят, по-видимому, к эте типа *h* без петли (в санскрите, восточноарабского типа и некоторые индийские).

9. Способ написания тэты как девятки (причем направление письма идет снизу вверх) весьма и весьма обычен в греческой скорописи. С другой стороны, цифра 9 тоже долгое время писалась одним взмахом снизу вверх.

Никто не мог заботиться о сохранении подобия «индо-арабских» цифр греческим буквам, и потому сходство в начертании этих цифр и греческих букв может служить ярким примером живучести графических традиций. Дожившей до наших дней «памятью» о вертикальной линии беты объясняется, вероятно, тенденция или возможность ставить коротенькую вертикальную палочку у верхнего конца цифры 3, а «памятью» о хвосте дзеты — возможность перечеркнуть косую линию цифры 7.

В завоеванной арабами Передней Азии центрами греческой образованности оставались христианские монастыри, по большей части сирийские.

В столице халифата Омейядов, Дамаске, сильно было влияние сирийской интеллигенции, прекрасно знакомой с греческой культурой, — достаточно вспомнить знаменитого христианского богослова Иоанна Дамаскина, ведавшего до ухода в монастырь финансами арабского государства. Христиане-сирийцы со временем стали наиболее выдающимися переводчиками греческих математических сочинений на арабский язык. С другой стороны, сирийцам, для которых греческая алфавитная цифирь не была настолько привычной, настолько «своей», чтобы казаться неприкосновенной, легче было проделать над ней операцию введения ноля, чем самим грекам. Первое упоминание счета с помощью девяти знаков вышло, как мы видели, именно из сирийско-христианской среды и принадлежит второй половине VII в. Любопытно, что монофизит Север Себокт не представлял, что упоминаемые им девять знаков, о которых он слышал, кажется, лишь краем уха, могут восходить к начальным буквам языка тех самых греков, культурную монополию которых он старался оспорить.

Арабские отряды проникли к границам Индии уже в середине VII в. Вернувшиеся солдаты принесли рассказы о чудесах далекой восточной страны; вероятно, возникшей «модой» на Индию и можно объяснить то, что новую, едва появившуюся систему счисления, превосходящую удобствами все дотолое известные, сочли индийской. Но, по-видимому, она была создана каким-то христианином-сирийцем. Причины, по которым автор и место изобретения не обрели широкой известности, могло быть очень много (могла играть роль и монашеская скромность автора).

В начале VIII в. Синд, область нижнего Инда, был присоединен к халифату. Одновременно с этим мусульманские купцы стали хозяевами — и хозяевами очень энергичными (вспомним персонажей «Тысячи и одной ночи») — восточных сухопутных и морских торговых путей вплоть до Китая. Так что уже в это время ноль и девять новых цифр легко могли быть занесены в Индию.

В середине того же VIII в. правителей халифата, Омейядов, свергли, как известно, Аббасиды. Новая правящая династия покинула сирийский Дамаск и перенесла свою резиденцию на восток. В заново выстроенной на персидской земле столице, в Багдаде, место сирийской интеллигенции, естественно, начала занимать персидская. Багдадскими математиками и был выработан новый, восточноарабский, или персидский, способ написания тех же десяти цифровых знаков.

Арабская Испания при Омейядах была тесно связана с Сирией. Сразу же после династического переворота Испания отделилась от халифата. Приток на Пиренейский полуостров беглецов от Аббасидов усилил сирийские черты и даже создал особые «сирийские традиции» в культуре Испании. Таким образом, западные арабы, как и индусы, остались при старом, первоначальном, более близком к греческим буквам облике новых цифр (и этим разрешается недоумение, которое вызывает у ученых тот факт, что восточноарабские цифры дальше от индийских, чем западноарабские).

В конце X в. исмаилитские миссионеры, придя из Египта в Среднюю Азию, познакомили с восточноарабскими цифрами и научили счету с помощью ноля мальчика-бухарца Ибн-Сину (Авиценну), о чем тот и написал впоследствии в своей автобиографии.<sup>23</sup> «Без этой точной информации, — восклицает современный ученый, — никто бы не подумал, что индийское влияние достигло Бухары через Египет!».<sup>24</sup>

<sup>23</sup> См.: альманах «Литературный Таджикистан», вып. V, Сталинабад, 1953.

<sup>24</sup> О. Нейгебауер. Точные науки в древности. Пер. с немецкого. М., 1968, стр. 39.

В том же X в., одновременно с переносом восточноарабских цифр с Ближнего Востока в Среднюю Азию, западноарабские цифры из Испании были перенесены в христианскую Западную Европу, откуда спустя века проникли и в Россию.

Таким образом, мне кажется, есть основания полагать, что обе системы счисления, со временем и разными путями одна за другой пришедшие на Русь (алфавитная «допетровская» и «послепетровская» «арабская»), восходят к одному и тому же источнику — к греческому алфавиту.

Что же касается самих греков, то, хотя новый способ счисления и новые цифры (с названием индийских, иногда персидских) были известны ученым Византии, сколько-нибудь широкого распространения они там не получили.<sup>25</sup>

---

\* <sup>25</sup> См.: P. Tannery. 1) La scholie du moine Néophytos sur les chiffres hindous. — Mémoires scientifiques, IV. Sciences exactes chez les byzantines. Toulouse—Paris, 1920, стр 20—26; 2) Les chiffres arabes dans les manuscrits grecs. Там же, стр 199—205; K Vogel Buchstabenrechnung und indische Ziffern in Byzanz, стр 660—664